

1.- Aplicando la definición de logaritmo, calcula::

- a) $\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$ b) $\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$
- c) $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$ d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} 2^3 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$
- e) $\log_{\frac{1}{4}} 16 = \log_{\frac{1}{4}} 4^2 = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = -2$
- f) $\log 1000 = 3$ g) $\log 1 = 0$
- h) $\log_4 \frac{1}{4} = \log_4 (4)^{-1} = -1$
- i) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{\frac{1}{3}} 3^4 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = -4$
- j) $\log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$
- k) $\log_7 \frac{1}{49} = \log_7 \frac{1}{7^2} = \log_7 7^{-2} = -2$ l) $\log_5 1 = 0$

2.- Expresa como un solo logaritmo las siguientes expresiones:

- a) $2 \log x - (3 \log y + 4 \log z) = \log x^2 - (\log y^3 + \log z^4) = \log \frac{x^2}{y^3 z^4}$
- b) $3 \log a + \frac{1}{2} \log b - \frac{3}{4} \log c = \log a^3 + \log b^{1/2} - \log c^{3/4} = \log \frac{a^3 \sqrt{b}}{\sqrt[4]{c^3}}$
- c) $\frac{1}{2} \log_2 a - \frac{3}{4} \log_2 b + 2 \log_2 c = \log_2 a^{1/2} - \log_2 b^{3/4} + \log_2 c = \log_2 \frac{\sqrt{a} \cdot c}{\sqrt[4]{b^3}}$
- d) $\log (x+1) + \log (x-1) = \log [(x+1)(x-1)] = \log (x^2 - 1)$
- e) $\log (x^2 + 6x + 9) - \log (x+3) = \log \frac{x^2 + 6x + 9}{x+3} = \log \frac{(x+3)^2}{x+3} = \log (x+3)$
- f) $\log (a^2 + b^2) - \log (a+b) = \log \frac{a^2 + b^2}{a+b}$

3.- Aplicando las propiedades de los logaritmos, desarrolla las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \log \frac{a^2 b^3 c}{2d^4} &= \log a^2 + \log b^3 + \log c - (\log 2 + \log d^4) = \\ &= 2 \log a + 3 \log b + \log c - \log 2 - 4 \log d \end{aligned}$$

$$\text{b) } \log \frac{\sqrt{x}}{y} = \log x^{1/2} - \log y = \frac{\log x}{2} - \log y$$

$$\text{c) } \log \frac{\sqrt[3]{a^2 b}}{c^4} = \log (a^2 b)^{1/3} - \log c^4 = \frac{2}{3} \log a + \frac{1}{3} \log b - 4 \log c$$

$$\text{d) } \log \frac{x^2 y^3}{z} = \log x^2 + \log y^3 - \log z = 2 \log x + 3 \log y - \log z$$

$$\text{e) } \log \frac{3ab}{2} = \log 3 + \log a + \log b - \log 2$$

$$\text{f) } \log \sqrt[4]{\frac{3a}{b}} = \log \left(\frac{3a}{b} \right)^{1/4} = \frac{1}{4} \log \left(\frac{3a}{b} \right) = \frac{1}{4} \log 3 + \frac{1}{4} \log a - \frac{1}{4} \log b$$