

1.- Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\operatorname{sen} 2x \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$$

$$2 \operatorname{sen} x \cos x \cos x - 6 \operatorname{sen}^3 x = 0;$$

$$2 \operatorname{sen} x \cos^2 x - 6 \operatorname{sen}^3 x = 0; 2 \operatorname{sen} x (\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x) = 0;$$

$$\operatorname{sen} x = 0 \rightarrow x_1 = 0^\circ + 180^\circ \cdot k$$

$$\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0; 1 - \operatorname{sen}^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0; 1 - 4 \operatorname{sen}^2 x = 0; \operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\operatorname{sen} x = \pm \frac{1}{2}; \quad \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 30^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x_3 = 150^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_4 = 210^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x_5 = 330^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases}$$

2.- Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a} + \frac{2 \operatorname{sen} a}{\operatorname{tg} 2a} = \cos a$$

$$\text{Recuerda: } \operatorname{tg} 2a = \frac{\operatorname{sen} 2a}{\cos 2a} = \frac{2 \operatorname{sen} a \cos a}{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a} + \frac{2 \operatorname{sen} a}{\frac{2 \operatorname{sen} a \cos a}{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}} = \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a} + \frac{1}{\frac{\cos a}{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}} = \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a} + \frac{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}{\cos a} = \frac{\cos^2 a}{\cos a} = \cos a$$

3.- Simplifica la siguiente expresión trigonométrica:

$$\frac{1 - \cos 2a}{\operatorname{tg} a + \cot a}$$

$$\text{Recuerda: } \cos 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a; \quad \operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a$$

$$\frac{1 - (\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a)}{\frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} + \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a}} = \frac{1 - \cos^2 a + \operatorname{sen}^2 a}{\frac{\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a}{\operatorname{sen} a \cos a}} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 a}{1} = 2 \operatorname{sen} a \cos a \operatorname{sen}^2 a = \operatorname{sen} 2a \cdot \operatorname{sen}^2 a$$

4.- Sabiendo que  $0 < \alpha < \pi/2$  y que  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ , calcula las siguientes razones trigonométricas:

a)  $\cos(-\alpha)$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha; \quad 1 + 2^2 = \sec^2 \alpha; \quad \sec \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos(-\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

b)  $\cot(90^\circ + \alpha)$

$$\cot(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -2$$

c)  $\text{sen } 2\alpha$

$$\text{sen } 2\alpha = 2 \text{ sen } \alpha \cos \alpha \quad \text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha \cos \alpha = 2 \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{sen } 2\alpha = 2 \cdot 2 \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{4}{5}$$

d)  $\cos \frac{\alpha}{2}$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{5}}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}}$$

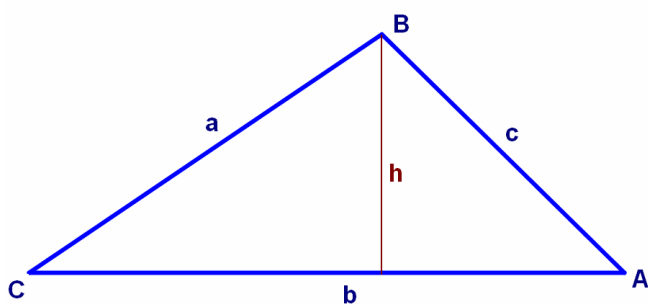
e)  $\sec (\pi + \alpha)$

$$\sec (\pi + \alpha) = -\sec \alpha = -\sqrt{5}$$

5.- Resuelve el triángulo de lados  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $c = 4 \text{ cm}$ .

Razona si la solución es única o hay más de una solución.

Calcula el área del triángulo utilizando una de sus alturas.



teorema del coseno:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$49 = 25 + 16 - 40 \cos B$$

$$\cos B = -0,2 \rightarrow B = 101^\circ 30'$$

teorema del seno:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} \quad \frac{5}{\text{sen } A} = \frac{7}{\text{sen } 101^\circ 30'}$$

$$\text{sen } A = 0,7 \rightarrow A = 44^\circ 25'$$

$$A + B + C = 180^\circ \rightarrow C = 34^\circ 5'$$

La solución es única.

cálculo de la altura  $h$ :

$$h = a \cdot \text{sen } C = 5 \cdot \text{sen } 34^\circ 5' = 5 \cdot 0,56 = 2,8 \text{ cm}$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = 9,8 \text{ cm}^2$$