1.- Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuya ecuación es

$$x(t) = 0{,}3\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$ donde x se mide en metros y t en segundos.

a) Determina la frecuencia, el período, la amplitud y la fase inicial del movimiento.
b) Calcula la aceleración y la velocidad de la partícula en el instante inicial.

a) *Comparando la ecuación* $x(t) = 0{,}3\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$ *con* $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_o)$

b) $v(t) = \dfrac{d\,x(t)}{d\,t} = -0{,}3 \cdot 2 \cdot sen\left(2t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ $\qquad a(t) = \dfrac{d\,v(t)}{d\,t} = -0{,}3 \cdot 4 \cdot cos\left(2t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

2.- Una partícula de masa *m* empieza su movimiento a partir del reposo, en la posición $x = 25$ *cm* y oscila alrededor de su posición de equilibrio ($x = 0$) con un período de 1,5 *s*.

Escribe las ecuaciones de la posición $x(t)$, la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ de la partícula en función del tiempo.

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_o)$ $\qquad A = 25$ *cm*; $T = 1{,}5$ *s* ; $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ *rad/s*

$x(t) = 25\cos(\omega t + \varphi_o)$ $\qquad x(0) = 25 = 25 \cos \varphi_o$

3.- (*Andalucía 2007*).- Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple:
a) Escribe la ecuación del movimiento si la aceleración máxima es $5 \cdot \pi^2$ *cm/s*^{2}, el período de las oscilaciones 2 *s* y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento 2'5 *cm*.
$a_{máx} = 5 \cdot \pi^2$ *cm/s*^{2}*; T = 2 s; x = 2'5 cm. para t = 0.*

$a_{máx} = \omega^2 A \qquad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi \; rad/s$

$x = A\text{sen}(\omega t + \varphi_0)$

para t = 0 $\rightarrow$ $2'5 = 5\text{sen}(0 + \varphi_0) \Rightarrow$

b) Representa gráficamente la elongación y la velocidad en función del tiempo y comenta la gráfica.

$x = 5\ \text{sen}\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ *cm* $\qquad v = \dfrac{d\,x}{d\,t} = 5\,\pi\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ *cm/s*

4.- Un objeto oscila según un movimiento armónico simple dado por $x = A\ sen\ (\omega t)$. Si el valor de la amplitud es 6 *cm*, y la aceleración del objeto cuando $x = -4$ *cm* es 24 *cm/s*^{2}, calcula:
a) La aceleración cuando $x = 1$ *cm*.
b) La velocidad máxima que alcanza el objeto.

a) $x = A\ sen\ (\omega t) \qquad a = -A\,\omega^2\ sen\ (\omega t) = -\omega^2 x$

b) $v = A\,\omega\cos(\omega t) \qquad v_{máx} = A\,\omega$

5.- Una partícula realiza un movimiento vibratorio armónico simple. Escribe la ecuación del movimiento en unidades del S.I. en los siguientes casos:

a) Su aceleración máxima es igual a $5\pi^2$ *cm/s*^{2}, el período vale 2 *s* y la elongación del punto al iniciarse el moviendo es igual a 2,5 *cm*.

$x = A\ sen\ (\omega t + \varphi_o)$ $\quad v = A\ \omega \cos\ (\omega t + \varphi_o)$ $\quad a = -A\ \omega^2\ sen\ (\omega t + \varphi_o) = -\omega^2 x$

$$a_{máx} = A\omega^2$$

$$x(0) = A sen\varphi_o \quad \rightarrow \quad 2{,}5 = 5 sen\varphi_o \qquad sen\ \varphi_o = \frac{1}{2}$$

b) Su velocidad es 3 *cm/s* cuando la elongación es 2,4 *cm* y la velocidad es 2 *cm/s* cuando su elongación es 2,8 *cm*.

La elongación al iniciarse el movimiento era nula: $x\ (0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_o = 0$

$x\ (t) = A\ sen\ (\omega t)$ $\qquad 2{,}4 = A\ sen\ (\omega t_1)$ $\qquad 2{,}8 = A\ sen\ (\omega t_2)$

$v\ (t) = A\ \omega \cos\ (\omega t)$ $\qquad 3 = A\ \omega \cos\ (\omega t_1)$ $\qquad 2 = A\ \omega \cos\ (\omega t_2)$

6 (*La Rioja*).- Un muelle, cuya masa consideramos despreciable, tiene una longitud natural L_o = 20 *cm*. Cuando de su extremo inferior se cuelga un cuerpo de masa M = 0,1 *kg*, la longitud en equilibrio del muelle es L_e = 30 *cm*.

a) Calcula la constante recuperadora, k del muelle. Considera g = 10 *m/s*^{2}.

b) Partiendo de la posición de equilibrio anterior, se desplaza M hacia arriba 10 *cm*, es decir, hasta que el muelle recupera su longitud natural. A continuación, se suelta M con velocidad inicial nula, de forma que empieza a oscilar armónicamente en dirección vertical.

Calcula la longitud máxima del muelle en el punto más bajo de la oscilación.

c) Calcula la amplitud y la frecuencia de la oscilación, y la velocidad de M cuando pasa por su posición de equilibrio.

a) $\quad \vec{F} = -k\vec{x} \qquad k = \dfrac{\vec{F}}{-\vec{x}} = \dfrac{-mg}{-x} =$

b) M realiza un m.a.s. de amplitud A = 10 *cm*

La longitud en el punto más bajo será $L_{máx} = L_e + A$

c) $\quad v = A\ \omega \cos\ (\omega t)$ *Cuando M pasa por la posición de equilibrio, la velocidad es máxima* $v = A\ \omega$

7.- Una partícula de masa m = 0,1 *kg* oscila armónicamente en la forma $x = A$ sen (ωt), con una amplitud A = 0,2 *m* y una frecuencia angular $\omega = 2\pi$ *rad/s*.

a) Calcula la energía mecánica de la partícula.

$x = A$ sen (ωt) $\qquad v = A\ \omega$ cos (ωt) $\qquad k = \omega^2 m$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

b) Determina y representa gráficamente las energías potencial y cinética de m en función de la elongación, x.