2 (*Andalucía 2007*).- Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple:

a) Escribe la ecuación del movimiento si la aceleración máxima es $5\cdot\pi^2$ cm/s^2, el período de las oscilaciones *2 s* y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento *2'5 cm*.

b) Representa gráficamente la elongación y la velocidad en función del tiempo y comenta la gráfica.

$a_{máx} = 5\cdot\pi^2\ cm/s^2;\ \ T = 2\ s;\ \ x = 2'5\ cm.\ \ para\ \ t = 0.$

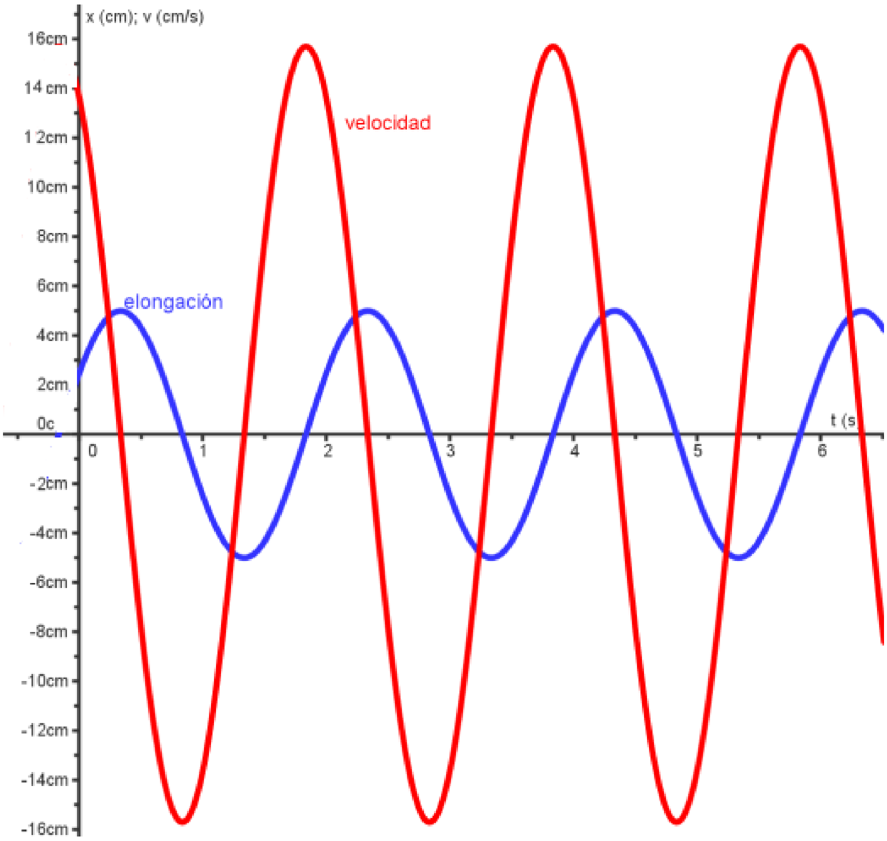
$$a_{máx} = \omega^2 A \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\ rad/s \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_{máx} = A\pi^2 \\ a_{máx} = 5\pi^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \quad A = 5\, cm$$

$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{para t} = 0 \rightarrow \quad 2'5 = 5\,\text{sen}(0 + \varphi_0) \Rightarrow \quad \text{sen}\,\varphi_0 = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$$

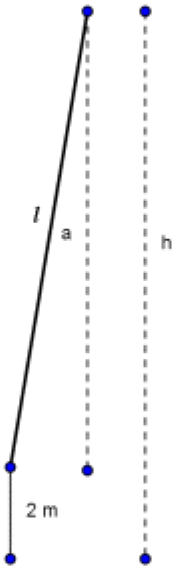
$$x = 5\ \text{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ \ cm \qquad v = \frac{dx}{dt} = 5\,\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ \ cm/s$$

b) Representa gráficamente la elongación y la velocidad en función del tiempo y comenta la gráfica.



Observa que la velocidad se anula para valores máximos de la elongación y que es máxima cuando la elongación se anula.

4 (*Asturias 2007*).- En una catedral hay una lámpara que cuelga desde el techo de una nave y que se encuentra a *2 m* del suelo. Se observa que oscila levemente con una frecuencia de *0'1 Hz*. ¿Cuál es la altura, *h*, de la nave?
Dato: $g = 9'8\ m/s^2$



$$\nu = 0'1\ Hz \quad \rightarrow \quad T = \frac{1}{\nu} = 10\ \ s$$

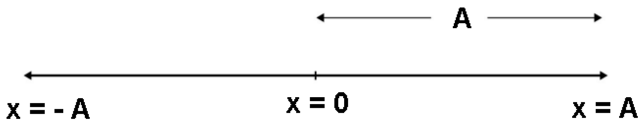
Período del péndulo: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ \ s$

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{10^2 \cdot 9'8}{4\pi^2} = 24'82\ m$$

para oscilaciones pequeñas: $l \approx a$

$$h = a + 2 = l + 2 = 24'82 + 2 = 26'82\ \ m$$

5 (*Cantabria 2007*).- Una partícula inicia un movimiento armónico simple en el extremo de su trayectoria y tarda *0'1 s* en llegar al centro de ella. Si la distancia entre ambas posiciones es de *20 cm*, calcula:
a) El período del movimiento y la frecuencia angular o pulsación.



El período es el tiempo que tarda en llegar de nuevo a la posición original:

$$T = 4 \cdot 0'1 = \ 0'4\ s \qquad \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0'4} = 5\pi\ \ rad/s$$

La distancia recorrida es precisamente la amplitud: $A = \ 20\ cm\ = \ 0'2\ m$

b) La posición de la partícula *1 segundo* después de iniciado el movimiento.

Ecuación del m.a.s.: $x = A\,sen(\omega t + \varphi_0)$
En el instante inicial ($t = 0$) $\rightarrow$ $x = 0'2\ m$.

$$0'2 = 0'2 \cdot sen\ (\ \omega \cdot 0 + \varphi_0) \ \rightarrow \ sen\ \varphi_0 \ = \ 1 \ \rightarrow \ \varphi_0 \ = \ \frac{\pi}{2}$$

Por tanto: $x = 0'2 \cdot sen\left(5\pi\, t + \frac{\pi}{2}\right)$

Y, para $t = 1\ s$: $\quad x = 0'2 \cdot sen\left(5\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0'2 \cdot sen\frac{11\pi}{2} = \ \ -0'2\ m$

c) Esta partícula tiene una cierta energía cinética máxima. Si esta misma partícula tardara el doble de tiempo (*0'2 s*) en realizar el mismo recorrido, determina por cuánto se multiplicaría o dividiría dicha energía.

Si tarda 0,2 *s* $\rightarrow$ *T* = 0,8 *s* $\Rightarrow \omega = \dfrac{2\cdot\pi}{T} = \dfrac{2\cdot\pi}{0'8} = 2{,}5\pi \ rad/s$ (*la mitad que en supuesto a*)

E_c *máx* = $\dfrac{1}{2} m\omega^2 A^2$ *Puesto que* ω *se divide por* 2 $\rightarrow$ *la* E_c *máx se dividirá por* 4