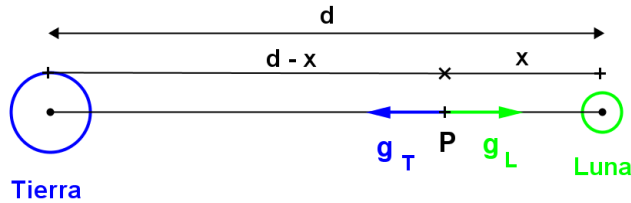


1.- La distancia entre los centros de la Tierra y la Luna es $d = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$. En un cierto punto P , situado entre ambas, el campo gravitatorio total es nulo. Sabiendo que la masa de la Tierra es 81 veces superior a la de la Luna, calcula la distancia x entre P y el centro de la Luna.



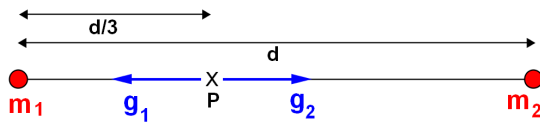
En el punto P :

$$\vec{g}_T + \vec{g}_L = \vec{0} \Rightarrow |\vec{g}_T| = |\vec{g}_L| \quad |g| = \frac{G \cdot m}{d^2}$$

$$|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L| \Rightarrow \frac{G \cdot m_T}{(d-x)^2} = \frac{G \cdot m_L}{x^2} \Rightarrow \frac{G \cdot 81m_L}{(d-x)^2} = \frac{G \cdot m_L}{x^2} \Rightarrow 81x^2 = (d-x)^2$$

$$\text{Si extraemos raíz cuadrada: } 9x = d-x \Rightarrow x = \frac{d}{10} \quad x = 3,84 \cdot 10^7 \text{ m}$$

2 (Balears 2007).- El campo gravitatorio creado por dos masas, m_1 y m_2 , que podemos considerar puntuales y separadas una distancia d , se anula a $d/3$ de la masa m_1 . ¿Cuánto vale la relación entre las masas, m_1/m_2 ?



En el punto P :

$$\vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \vec{0} \Rightarrow |\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| \quad |g| = \frac{G \cdot m}{d^2}$$

$$|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| \Rightarrow \frac{G \cdot m_1}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = \frac{G \cdot m_2}{\left(\frac{2d}{3}\right)^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$$

3 (C. valenciana 2008).- Disponemos de dos masas esféricas cuyos diámetros son 8 y 2 cm, respectivamente. Considerando únicamente la interacción entre estos dos cuerpos, calcula:

a) La relación entre sus masas m_1/m_2 , sabiendo que si ponemos ambos cuerpos en contacto el campo gravitatorio en el punto donde se tocan es nulo.

b) El valor de cada masa, sabiendo que el trabajo necesario para separar los cuerpos, desde la posición de contacto hasta otra donde sus centros distan 20 cm, es:

$$W = 1'6 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

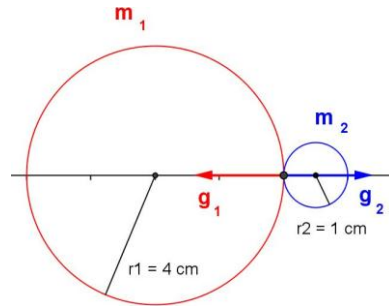
Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$.

a)

En el punto de contacto:

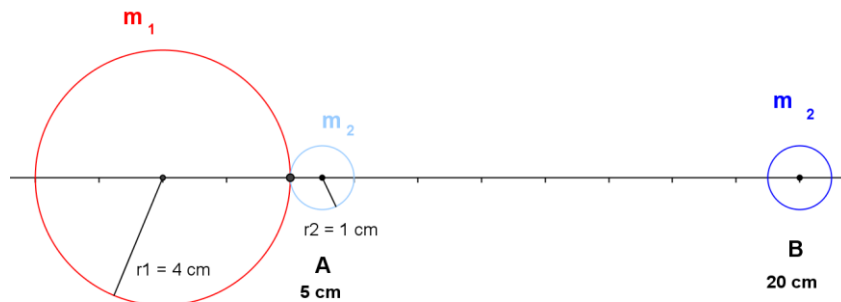
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \vec{0} \Rightarrow |\vec{g}_1| = |\vec{g}_2|$$

$$\vec{g} = \frac{Gm}{r^2} \cdot \vec{u}_r \quad |\vec{g}| = \frac{Gm}{r^2}$$



$$|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| \Rightarrow \frac{Gm_1}{r_1^2} = \frac{Gm_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{m_1}{r_1^2} = \frac{m_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{16}{1} \Rightarrow m_1 = 16 m_2$$

b)



El trabajo para llevar la masa m_2 desde la posición actual A (5 cm, 0) hasta la posición B (20 cm, 0) es:

$$W_{A \rightarrow B} = m_2 (V_B - V_A)$$

donde V_A y V_B son los potenciales en A y en B debidos a la masa m_1

$$V_A = -\frac{Gm_1}{r_A} \quad V_B = -\frac{Gm_1}{r_B} \quad (\text{recuerda que el potencial es una magnitud escalar})$$

$$W_{A \rightarrow B} = -m_2 \cdot G \cdot m_1 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad r_A = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad r_B = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

y, con la relación obtenida en a): $W_{A \rightarrow B} = m_2 \cdot G \cdot 16m_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$

$$m_2^2 = \frac{W_{A \rightarrow B}}{16 \cdot G \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)} \quad m_2 = 10^{-2} \text{ kg} \quad m_1 = 16 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

4.- Si la masa de Marte es 0,11 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,53 veces el radio de la Tierra, obtener la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte.

Dato: g (Tierra) = $9,8 \text{ m/s}^2$.

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{G \cdot 0,11 M_T}{(0,53 R_T)^2} = \frac{0,11}{(0,53)^2} \cdot \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{0,11}{(0,53)^2} g_T = 0,3916 g_T \quad g_M = 3,84 \text{ m/s}^2$$

5 (Andalucía 2007).- Supón que la masa de la Tierra se duplicara:

a) Calcula razonadamente el nuevo período orbital de la Luna, suponiendo que su radio orbital permaneciera constante.

b) Si, además de duplicarse la masa terrestre, se duplicase su radio, ¿cuál sería el valor de g en la superficie terrestre?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$;

$R_{\text{orbital Luna}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$.

a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_T}}$ Si la masa de la Tierra se duplica: $T' = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot 2M_T}}$

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot 2M_T}}}{2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_T}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

b) $g = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$ Si la masa y el radio de la Tierra se duplican: $g' = \frac{G \cdot 2M_T}{(2R_T)^2}$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{G \cdot 2M_T}{(2R_T)^2}}{\frac{G \cdot M_T}{R_T^2}} = \frac{1}{2} \quad g' = \frac{g}{2}$$

6 (La Rioja 2005).- La masa de la Luna es igual a 0,01255 veces la de la Tierra y su radio es igual a 0,273 veces el de la tierra. ¿Cuál es la aceleración de un cuerpo que cae libremente cerca de la superficie de la Luna?

Dato: $g_T = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

$$g_L = \frac{GM_L}{R_L^2} = \frac{G \cdot 0,01255 M_T}{(0,273 R_T)^2} = \frac{0,01255}{(0,273)^2} \cdot \frac{GM_T}{R_T^2} = 0,17 g_T \quad g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$$

7 (Castilla-La Mancha 2007).- Una mujer cuyo peso en la Tierra es 700 N se traslada a una altura de dos radios terrestres por encima de la superficie de la Tierra. ¿Cuál será su peso a dicha altura?

Dato: $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

$$P = m g = m \frac{GM}{(3R_T)^2} = \frac{1}{9} m \frac{GM}{(R_T)^2} = \frac{1}{9} 700 \quad P = 77,8 \text{ N}$$

8 (*Castilla-La Mancha 2007*).- Un objeto pesa 600 N en la Tierra. ¿Cuál sería su peso en la Luna?

Supón que las masas y los radios de la Luna y la Tierra tienen la siguiente relación:

$$M_T/M_L = 100; R_T/R_L = 4$$

$$P_L = m g_L = m \frac{G M_L}{R_L^2} = m \frac{G (M_T / 100)}{(R_T / 4)^2} = \frac{16}{100} m \frac{G M_T}{R_T^2} = 0,16 P_T \quad P_L = 96 \text{ N}$$