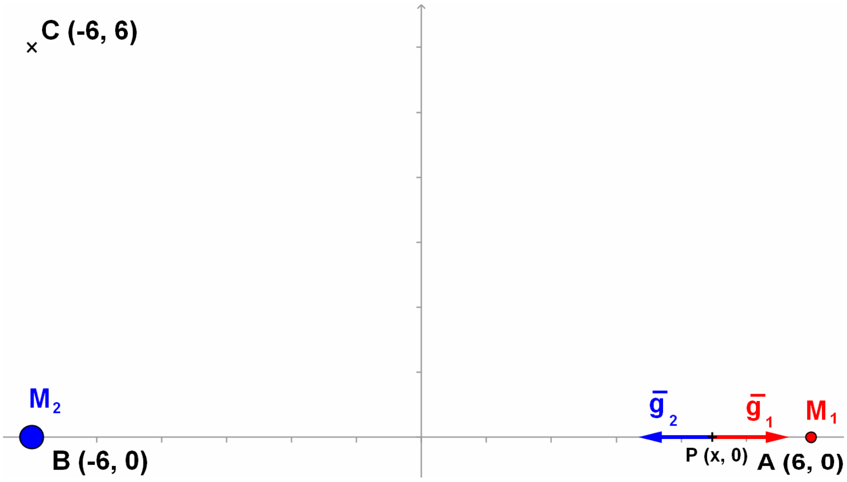
1 (*UMH 2012*).- Un objeto de masa $M_1 = 10\ kg$ está situado en el punto *A* de coordenadas *(6, 0) m*. Un segundo objeto, de masa $M_2 = 300\ kg$ está situado en el punto B, de coordenadas *(– 6, 0) m*. Calcula:
a) El punto sobre el eje *X* para el cual el campo gravitatorio es nulo.
b) El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la masa M_1 se traslada desde el punto *A* hasta el punto *C*, de coordenadas *(– 6, 6) m*.
Dato: $G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$;

a)



Campo gravitatorio en el punto *P (x, 0)* : $\vec{g}_P = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$

para que $\vec{g}_P$ se anule en *P*, basta con que $|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| \Rightarrow G\dfrac{M_1}{r_1^2} = G\dfrac{M_2}{r_2^2}$

$r_1 = (6 - x)$ m; $r_2 = (6 + x)$ m

$M_1 = 10$ kg; $M_2 = 300$ kg. $\Rightarrow G\dfrac{10}{(6-x)^2} = G\dfrac{300}{(6+x)^2} \Rightarrow x = 4'1474$ m

(la otra solución obtenida, x = 8'68, no es válida, pues en ese punto los vectores $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ tienen el mismo sentido y el módulo de $\vec{g}_P$ valdría la suma de ambos)

El campo gravitatorio es nulo en el punto P (4'1474, 0) m

b) $W_{A\to C} = M_1\,(V_C - V_A)$ *donde* V_C *y* V_A *son los valores del potencial debido a la masa* M_2 *en los puntos C y A.*

$$V_C = -G\frac{M_2}{r_{BC}} \qquad V_A = -G\frac{M_2}{r_{BA}} \qquad V_C - V_A = -G\,M_2\left(\frac{1}{r_{BC}} - \frac{1}{r_{BA}}\right) = -G\,M_2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right)$$

$$W_{A\to C} = M_1\,(V_C - V_A) = -G\frac{M_1\,M_2}{12} = -1'67\cdot 10^{-8}\ J$$

2 (*UMH 2012*).- Un bloque de madera de *60 kg* y densidad *0'8 g/cm³*, lastrado …

Principio de Arquímedes: "Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo, experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen de fluido que desaloja"

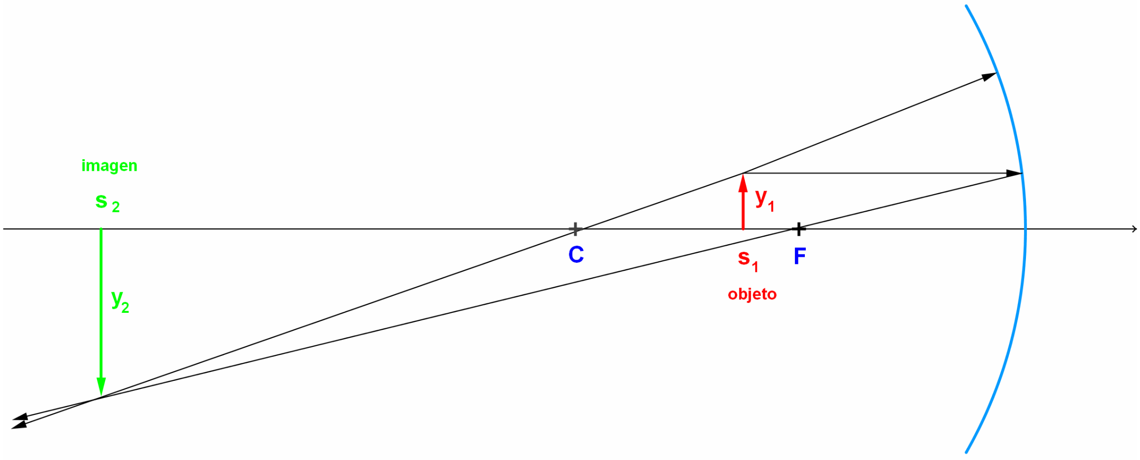
Un bloque de madera de 60 *kg* y densidad 0'8 g/cm^3, tiene un volumen de $\frac{60}{0'8} = 75\ L$

Si este bloque se hundiera 3/4 de su volumen en agua de mar, desalojaría un volumen de líquido de $\frac{3}{4} \cdot 75 = 56'25\ L$, cuya masa de 56'25 · 1'025 = 57'66 *kg* proporcionaría un empuje de 565 *N*, insuficiente frente a los 588 *N* que pesa el bloque de madera.

No tiene solución. La madera sin lastre se hunde más de 3/4 de V

3 (*UMH 2012*).- Un objeto de *1 cm* de altura se sitúa entre el centro de curvatura y el foco de un espejo cóncavo. La imagen proyectada sobre una pantalla plana situada a *2 m* del objeto es *tres* veces mayor que el objeto.

a) Dibuja el trazado de rayos.



b) Calcula la distancia del objeto (s_1) y de la imagen (s_2) al espejo.

$$s_2 = s_1 - 2 \quad m$$

$$\frac{y_2}{y_1} = -3; \quad \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1} \qquad -\frac{s_1 - 2}{s_1} = -3 \;\Rightarrow\; s_1 = -1\ m \;\Rightarrow\; s_2 = -3\ m$$

c) Calcula el radio del espejo (r) y su distancia focal (f).

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{-1} + \frac{1}{-3} = \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; f = -0'75\ m \qquad r = -1'5\ m$$

Radio del espejo = 1'5 m; distancia focal = 0'75 m

4 (*UMH 2012*).- El radio de Júpiter es $R = 7'105 \cdot 10^7\ m$ y su masa es *318* veces la de la Tierra. Su satélite Io posee una órbita aproximadamente circular con un período *T = 1 día, 18 horas, 27 minutos*. Calcula:

a) La gravedad de la superficie de Júpiter.

$$g_J = G\frac{M_J}{r_J^2} = G\frac{318 \cdot M_T}{r_J^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{318 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{(7'105 \cdot 10^7)^2} \qquad g_J = 25'125\ m/s^2$$

b) El radio de la órbita de Io.

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_J \cdot T^2}{4\pi^2}} \qquad \text{T = 1 · 86400 + 18 · 3600 + 27 · 60 = 152820 s}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 318 \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \cdot 152820^2}{4\pi^2}} = 4'2 \cdot 10^8\ m = 420000\ km$$

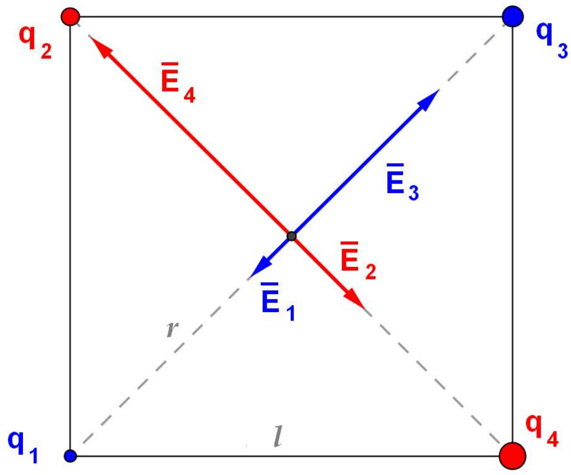
c) La gravedad a la altura del satélite.

$$g = G\frac{M_J}{r^2} = G\frac{318 \cdot M_T}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{318 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{\left(4'2 \cdot 10^8\right)^2} = 0'72\ m/s^2$$

d) La velocidad del satélite.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\ 4'2 \cdot 10^8}{152820} = 17268\ m/s$$

5 (*UMH 2012*).- Un cuadrado de *141 cm* de lado contiene, en sus cuatro vértices (enumerados en sentido dextroso, comenzando por el inferior izquierdo), cargas de *– 0'3 · 10 ⁻ ⁹ C, 0'6 · 10 ⁻ ⁹ C, – 2 · 10 ⁻ ⁹ C y 3 · 10 ⁻ ⁹ C*, respectivamente.



a) Calcula el potencial en el centro del cuadrado.

$l = 1'41\ m \cong \sqrt{2}\ m \Rightarrow r = 1\ m$

$$V = k\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} + \frac{q_3}{r} + \frac{q_4}{r}\right) = \frac{k}{r}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4) =$$

$$\frac{9 \cdot 10^9}{1}\left(-0'3 + 0'6 - 2 + 3\right) \cdot 10^{-9} = 11'7 V$$

$V = 11'7\ V$

b) Calcula la intensidad del campo eléctrico en el mismo punto.

$$|E| = k\frac{q}{r^2}$$

$|E_1|$ = 2'7 *N/C*; $|E_2|$ = 5'4 *N/C*; $|E_3|$ = 18 *N/C*; $|E_4|$ = 27 *N/C*

$\vec{E}_1$ = 2'7 · ($\vec{i}$ cos 225º + $\vec{j}$ sen 225º) = 2'7 (– $\vec{i}$ 0'7 – $\vec{j}$ 0'7) = – 1'89 $\vec{i}$ – 1'89 $\vec{j}$ *N/C*

$\vec{E}_2$ = 5'4 · ($\vec{i}$ cos 315º + $\vec{j}$ sen 315º) = 5'4 ($\vec{i}$ 0'7 – $\vec{j}$ 0'7) = 3'78 $\vec{i}$ – 3'78 $\vec{j}$ *N/C*

$\vec{E}_3$ = 18 · ($\vec{i}$ cos 45º + $\vec{j}$ sen 45º) = 18 ($\vec{i}$ 0'7 + $\vec{j}$ 0'7) = 12'6 $\vec{i}$ + 12'6 $\vec{j}$ *N/C*

$\vec{E}_4$ = 27 · ($\vec{i}$ cos 135º + $\vec{j}$ sen 135º) = 27 (– $\vec{i}$ 0'7 + $\vec{j}$ 0'7) = – 18'9 $\vec{i}$ + 18'9 $\vec{j}$ *N/C*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = -4'49\ \vec{i} + 25'83\ \vec{j}\ \ N/C$$

$$|E| = 26'22\ N/C \qquad \alpha = 110^o$$